

### Zadanie 1.

Wiązka zadań **Ciągi rekurencyjne**

Dana jest następująca funkcja rekurencyjna:

funkcja  $wynik(i)$

jeżeli  $i < 3$

zwróć 1 i zakończ;

w przeciwnym razie

jeżeli  $i \bmod 2 = 0$

zwróć  $wynik(i - 3) + wynik(i - 1) + 1$

w przeciwnym razie

zwróć  $wynik(i - 1) \bmod 7$

Uwaga: Operator mod oznacza resztę z dzielenia.

1.1.

Uzupełnij poniższą tabelę:

$i$	$wynik(i)$
2	1
3	
4	
5	
6	
7	
8	

1.2.

Wykonaniem elementarnym nazywać będziemy wykonanie *wynik(0)*, *wynik(1)* lub *wynik(2)*. Natomiast złożonością elementarną *wynik(i)* nazywamy liczbę *wykonań elementarnych* będących efektem uruchomienia *wynik(i)*. Złożoność elementarną *wynik(i)* oznaczamy przez  $E(i)$ .

Na przykład złożoność elementarna *wynik(4)* wynosi  $E(4) = 2$ , ponieważ wykonując *wynik(4)*, wywołamy *wynik(3)* i *wynik(1)* (wykonanie elementarne), a z kolei przy wykonaniu *wynik(3)* wywołamy *wynik(2)* (drugie wykonanie elementarne).

Uzupełnij poniższą tabelę:

$i$	$E(i)$
0	1
3	1
5	
7	
9	
10	

Okazuje się, że  $E(i)$  można opisać rekurencyjnym wyrażeniem, którego niekompletną postać podajemy poniżej. Uzupełnij brakujące miejsca tak, aby  $E(i)$  dawało poprawną złożoność elementarną *wynik(i)* dla każdego całkowitego nieujemnego  $i$ .

$$E(0) = E(1) = E(2) = 1$$

$$E(i) = E(\dots\dots\dots) + E(\dots\dots\dots) \text{ dla parzystego } i > 2$$

$$E(i) = E(\dots\dots\dots) \text{ dla nieparzystego } i > 2$$

### 1.3.

Naszym celem jest wyznaczenie największej liczby spośród wartości funkcji  $wynik(0)$ ,  $wynik(1)$ , ...,  $wynik(1000)$  bez konieczności rekurencyjnego wyznaczania kolejnych wartości.

Poniżej prezentujemy niekompletny algorytm realizujący to zadanie.

$W[0] \leftarrow 1$

$W[1] \leftarrow 1$

$W[2] \leftarrow 1$

$max\_wart \leftarrow 1$

dla  $i = 3, 4, \dots, 1000$  wykonuj

jeżeli  $i \bmod 2 = 0$

$W[i] \leftarrow \dots\dots\dots$

w przeciwnym razie

$W[i] \leftarrow \dots\dots\dots$

jeżeli  $W[i] > max\_wart$

$\dots\dots\dots$

zwróć  $max\_wart$

Uzupełnij brakujące miejsca w algorytmie tak, aby zwracał on największą liczbę spośród  $wynik(0)$ ,  $wynik(1)$ , ...,  $wynik(1000)$ .