Niby nic a jednak ...

Nie wiadomo kto i kiedy wymyślił zero. Rozpoznanie w tej materii utrudnia nie tylko zawiłość historii ale także fakt, że zero może pełnić w matematyce całkiem różne funkcje. Może być cyfrą umożliwiającą zapis pozycyjny liczb, liczbą będącą jedynym pierwiastkiem równania $x = -x$, a także liczbą kardynalną zbioru pustego, wartością logiczną fałszu czy wreszcie prawdopodobieństwem zdarzenia niemożliwego. Każda z tych funkcji zera została odkryta oddzielnie zatem trzeba zapytać nie tylko o to kto i kiedy, ale także jakie wymyślił zero. Najstarsze zero to cyfra będąca najprawdopodobniej wynalazkiem starożytnych Babilończyków. Oni bowiem jako jedni z pierwszych stosowali pozycyjny system zapisu liczb, w którym cyfra oznaczająca brak jednostek określonego rzędu jest nieodzowna. Początkowo zamiast symbolu zera zostawiano puste miejsce – liczby zapisywano w tabelach, a obowiązywał system sześćdziesiątkowy, który w szczątkowej postaci dotrwał do dziś (podział kąta, jednostki takie jak tuziny czy kopy). Nie zapisywano wtedy zer na końcu liczby, a tylko pomiędzy cyframi. Z czasem też rezygnując z tabel (co stało się wg historyków między VI, a II w. p.n.e.) wymyślono symboliczny zapis zera. Stosowano m.in. dwie ukośne kreski  bądź dwa kąty z wierzchołkami zwróconymi w lewo . Obecnie stosowany symbol *0* najprawdopodobniej wprowadzili greccy astronomowie (greckim matematykom bazującym na geometrii zero nie było potrzebne). Geneza tegoż symbolu jest niejasna. Przypuszcza się, że może on pochodzić od greckiej litery omikron, na którą zaczyna się wyraz *„ouden”* tzn. *nic*. Jednak wg innych źródeł litera ta oznacza liczbę 70 – Grecy używali liter alfabetu na oznaczenie liczb. alternatywne wyjaśnienie bazuje na znanej z greckich mitów monecie o nazwie obol. Charon, który przewoził dusze przez Styks (lub Acheront) do Hadesu pobierał opłatę w wysokości jednego obola (stąd zmarłym wkładano do ust monetę). Obol nie miał wartości, co właśnie zrodziło przypuszczenie, że zero to po prostu jeden obol. Grecy (prawdopodobnie Ptolemeusz) zaczęli też używać zera na końcu liczb. W dalszym ciągu było ono jednak tylko cyfrą.

Niezależnie cyfrę zero wynaleźli też Majowie (między 250, a 900 r.), co jednak nie miało większego wpływu na rozwój matematyki.

Zero jako liczba to zapewne wynalazek Hindusów, który miał miejsce ok. 650 r. Między zerem-cyfrą, a zerem-liczbą istnieje zatem przepaść czasowa rzędu kilku tysięcy lat!

Brahmagupta w swoich dziełach opisuje arytmetykę nie tylko z zerem ale i liczbami ujemnymi. Zero sprawiało mu jednak sporo trudności, wg niego np. zero podzielone przez zero daje zero, liczba podzielona przez zero również daje zero, a zero podzielone przez liczbę daje tąże liczbę! Ok. 500 lat po Brahmagupcie dostrzeżono błędność jego arytmetyki. Bhaskara pisze między innymi, że liczba podzielona przez zero daje nieskończenie wiele (odwrotność niczego daje wszystko), co wydaje się sensowniejsze, ale również rodzi sprzeczności zważywszy na fakt że napisał też (słusznie zresztą), że liczba pomnożona przez zero daje zero.

Prace hinduskie szeroko rozprzestrzeniły się po Azji i poprzez Arabów trafiły do Europy. Cyfry zwane u nas arabskimi są w rzeczywistości wynalazkiem hindusów. Nazwa zero to prawdopodobnie zniekształcone arabskie słowo „sifr” oznaczające pustkę (tak arabowie przetłumaczyli sanskryckie „śuunya”). Jeden z pierwszych wielkich matematyków średniowiecznej Europy Leonardo z Pizy zwany Fibonaccim, propagator dzieł arabskich zastąpił arabskie słowo „sifr” słowem „zephirum” , które następnie poprzez „zefiro” uprościło się do słowa „zero” brzmiącego podobnie w wielu europejskich językach. Weszło ono do użytku szerszym frontem ok. 1500 r.

Fibonacci nie traktował zera na równi z innymi liczbami. W „Liber abaci” posługiwał się określeniem znak zero, a nie liczba zero. Do 1600 r. liczba zero nie była powszechnie

używana. Nawet Cardano, wynalazca liczb zespolonych, obywał się bez zera choć zapewne znał to pojęcie.
Z zerem wiąże się szereg trudności, które zwykle rozwiązywane są dość sztucznie. Być może wynika to z niedoskonałości znanej nam arytmetyki. Z jednej bowiem strony zakazuje ona dzielenia przez zero, a z drugiej dzielenie takie ma wyraźny sens w powszechnie stosowanej geometrii Euklidesa. Wg niej każdy odcinek składa się z nieskończonej liczby punktów – tworów o zerowych rozmiarach. Stąd podział odcinka przez zero dałby nieskończoność. Twierdzenie, że coś co posiada wymiar składa się z elementów bezwymiarowych i każdy odcinek zawiera nieskończoną liczbę punktów wydaje się wręcz absurdalne. Zgodnie z nim nie można bowiem powiedzieć, że dłuższy odcinek zawiera więcej punktów niż krótszy. Tu tkwi jakiś błąd – różne odcinki składają się wg Euklidesa z równej liczby punktów. Dzielenie liczby przez zero nie może dać nieskończoności bowiem nieskończoność pomnożona przez zero... jest nieoznaczona. Nieoznaczone są także wyniki działań $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty - \infty$, 1^{∞}, ∞^{0}, 0^{0}.
Aby zniwelować niedogodności związane z zerem wymyślono rachunek granic, a dalej rachunek różniczkowy i całkowy. Dzięki temu można w wielu przypadkach uniknąć kłopotów. Zamiast zera w rachunkach tych stosuje się wyrażenia oznaczające wartości bliskie zeru (zmierzające do zera). Obliczenie zaś granicy z ilorazu funkcji zmierzających do zera lub nieskończoności (tj. dających symbole nieoznaczone typu $\frac{0}{0}$ lub $\frac{\infty}{\infty}$) często jest możliwe przy zastosowaniu reguły de l’Hospitala mówiącej o równości granic:

$$\lim_{x \to a} \frac{u(x)}{v(x)} = \lim_{x \to a} \frac{u'(x)}{v'(x)}.$$

Jeśli więc nie można określić granicy ilorazu funkcji należy próbować wyznaczyć granicę ilorazu ich pochodnych, która jest taka sama, a ponieważ pochodne to też funkcje regułę można stosować wielokrotnie aż do skutku.
Współczesna fizyka skłonna jest twierdzić, że przestrzeń w mikroskali nie jest euklidesowa i nie można jej dzielić w nieskończoność. Nie chodzi tu jednak o podział materii na cząstki, ale podział samej przestrzeni (choć z drugiej strony jest ona z materią ściśle związana – raczej odrzuca się wprowadzone przez Newtona pojęcie absolutnej przestrzeni). Nierzeczywiste wydaje się także pojęcie bezwymiarowego punktu. W takim kontekście podział przez zero nie ma sensu fizycznego i lepiej jest dzielić przez liczbę bliską zeru - stąd bierze się w fizyce olbrzymia przydatność rachunku różniczkowego i całkowego. Trzeba jednak stanowczo podkreślić, że matematyka abstrahuje od rzeczywistości i nie musi, a może nawet nie powinna jej fanaberii brać pod uwagę – to już zmartwienie fizyków.