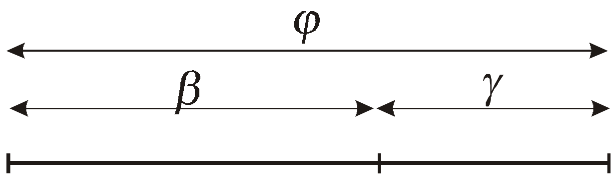
LICZBA ZŁOTA

Liczba φ

Liczba ta nie jest tak znana jak π czy e lecz nie mniej interesująca. Wyraża ona długość spełniającą warunek tzw. złotego podziału (ang. gold section, łac. sectio aurea lub inaczej podziału harmonicznego czy też proporcji harmonicznej). Złotą liczbę otrzymuje się żądając aby dla dowolnej liczby $\varphi = \beta + \gamma \neq 0$ zachodziła relacja $\frac{\varphi}{\beta} = \frac{\beta}{\gamma}$. Poniższy odcinek jest właśnie tak podzielony.



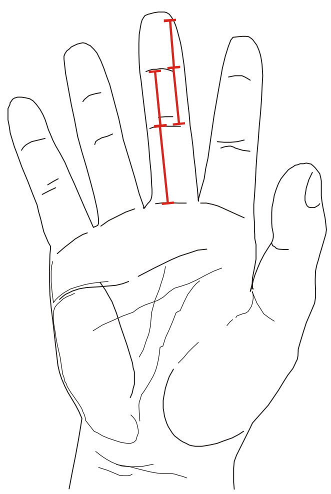
Wymagania takie spełnia liczba:

$$\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1{,}61803398874989\ldots$$

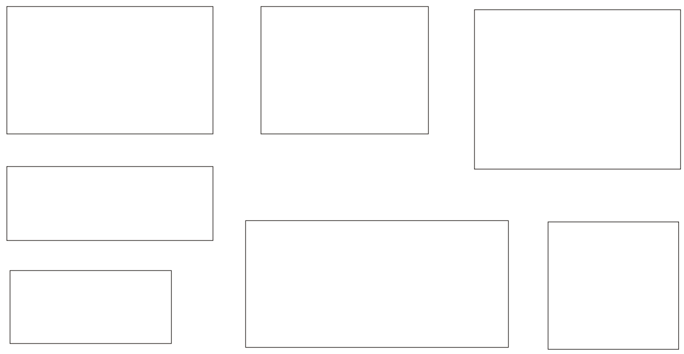
Liczba ta ma kilka interesujących własności, jej odwrotność znajduje się odejmując od niej jedynkę, zaś kwadrat – dodając jedynkę:

$$\frac{1}{\varphi} = \varphi - 1 \approx 0{,}61803398874989\ldots$$
$$\varphi^2 = \varphi + 1 \approx 2{,}61803398874989\ldots$$

Wynalazcą złotego podziału był w V wieku p.n.e Hippasus. Starożytni Grecy uważali taki podział za idealną proporcję, co znalazło odzwierciedlenie w sztuce (malarstwo, grafika, architektura, muzyka, literatura) nie tylko antycznej i epok nawiązujących do antyku lecz także współczesnej nie wyłączając sztuki filmowej i użytkowej. U jego podstaw leży metafizyczne przekonanie o harmonijnej budowie świata. U większości ludzi pępek dzieli wysokość w sposób złoty, zbliżone do złotych proporcji są też długości kości kończyn i palców (patrz człowiek witruwiański Leonarda da Vinci).



To metafizyczne przekonanie zapewne ma swoje źródło w psychice ludzkiej. Tego typu proporcja po prostu się ludziom podoba. Na pytanie „który z widocznych prostokątów wydaje się najładniejszy?”



większość wskazuje na prostokąt w lewym górnym rogu. Stosunek jego boków wynosi ok. 1,62 czyli w przybliżeniu tyle co liczba φ. Stosunek ten zatem w pewien sposób ujmuje poczucie estetyki przeciętnego człowieka.

Złoty podział stosuje się też współcześnie. Jako przykład można podać wymiary znormalizowanych arkuszy (jak choćby A4); pozostają one w stosunku zbliżonym do złotej liczby.

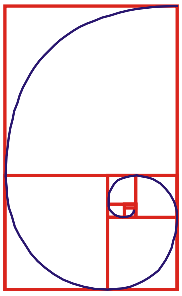
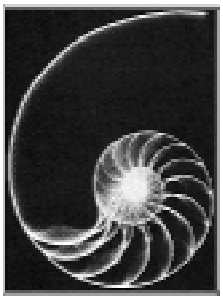
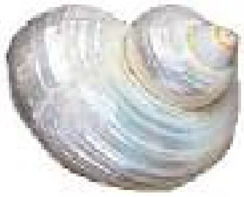
Ze złotym podziałem związany jest też ciąg Fibonacciego, którego kolejne elementy są sumą dwóch poprzednich:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 ...

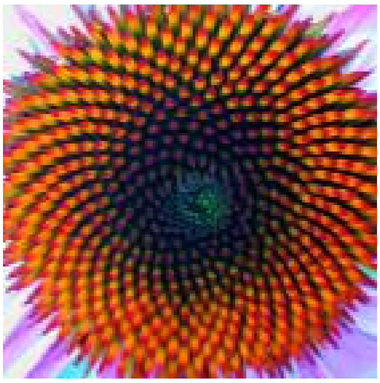
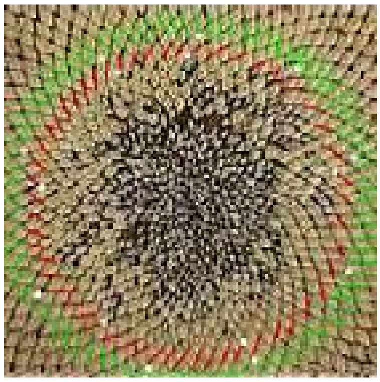
Łatwo zauważyć, że stosunek sąsiednich liczb jest zbliżony do złotego, przy czym przybliżenie jest lepsze im liczby są większe. Jest to więc przykład przeniesienia złotego podziału na ciąg liczb naturalnych.

Ciąg ten odzwierciedla zachowanie się wielu procesów fizycznych. Świetnym przykładem jest hodowla zwierząt. Jeśli założymy, że samica wydaje co miesiąc na świat parę młodych (samca i samicę), a każdy osobnik już po miesiącu jest zdolny do reprodukcji to łatwo zauważyć, że liczba zwierząt w hodowli w poszczególnych miesiącach będzie zgodna z ciągiem Fibonacciego (klasyczny przykład dotyczy królików ale można też podać bardziej realistyczne przykłady z krowami, pszczołami itp).

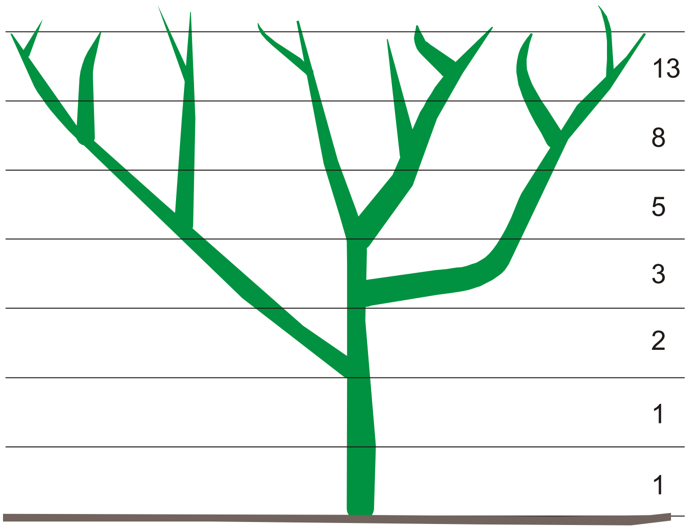
Duża część ślimaków buduje swoje muszle zgodnie z zasadami złotego podziału – konstrukcji spirali Fibonacciego. Bierzemy prostokąt, dzielimy go na dwie części w sposób złoty, dzielimy następnie w ten sam sposób mniejszy z powstałych prostokątów itd. W każdej z większych części zataczamy łuk o promieniu równemu odpowiedniemu bokowi i w ten sposób otrzymujemy spiralę Fibonacciego.

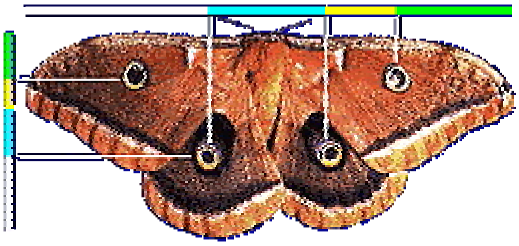
Spiralę Fibonacciego można też odnaleźć w kwiatach i szyszkach (proszę spojrzeć na kwiat słonecznika).

Zgodnie z ciągiem Fibonacciego rośnie też wiele roślin.



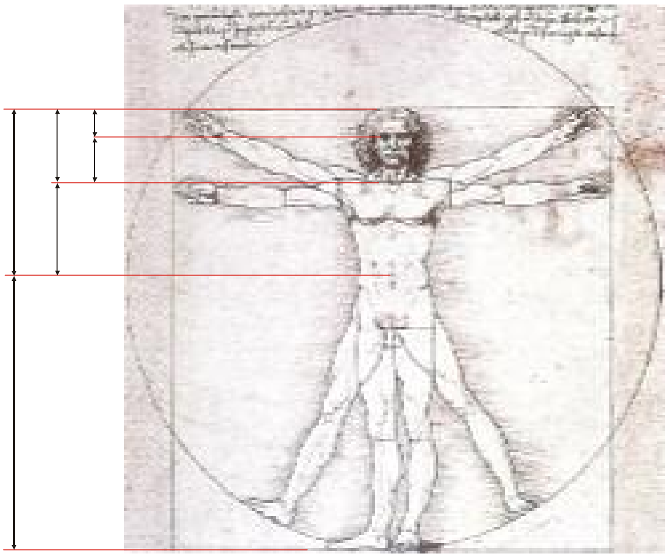
W ten sposób zachowują się też poszczególne konary i liście. Dzięki takiemu ułożeniu swych części roślina maksymalizuje ilość dostępnego światła minimalizując powierzchnię zajmowanego obszaru – innymi słowy maksymalnie wykorzystuje zasiedlone miejsce. Zjawisko to nazywane jest regułą spiralnej filotaksji. Jest ona uniwersalna i niezależna od wielkości rośliny. Część roślin funkcjonuje w oparciu o ciąg Lucasa, który tworzony jest tak samo jak ciąg Fibonacciego, ale pierwszymi wyrazami ciągu są 2 i 7 (nb. Edward Lucas odkrył ciąg Fibonacciego dopiero w XIX w. podczas studiowania prac Fibonacciego).



Złoty podział i liczby Fibonacciego obecne są także w sztuce. Słynny radziecki reżyser Siergiej Michajłowicz Eisenstein zastosował złoty podział w filmie "Pancernik Potiomkin". Podzielił on mianowicie film w ten sposób, że w złotym stosunku pozostają do siebie czas trwania i umiejscowienie najważniejszych scen oraz długość trwania całego filmu.

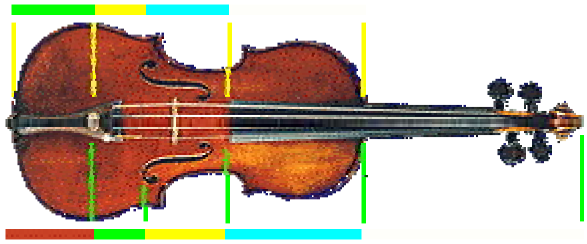
Złote proporcje odnajduje się też w muzyce. Stosowali je m. in. Mozart, Shubert, Bethoveen i Debussy.

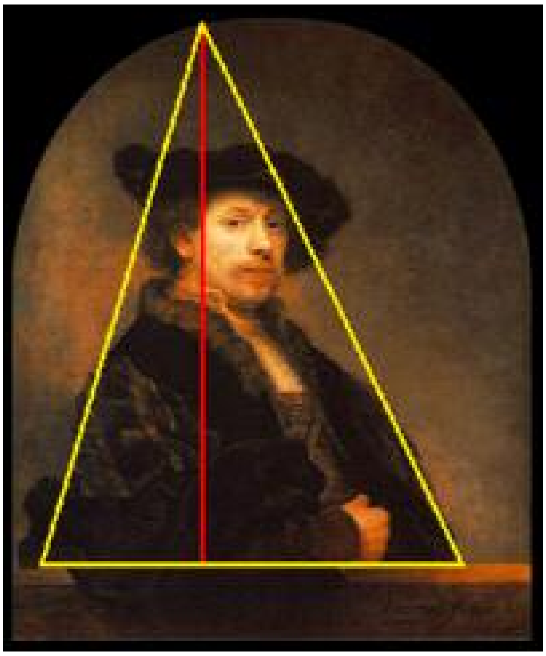
współczynnik Fibonacciego	przybliżona częstotliwość [Hz]	nuta
1/1	440,00	A
2/1	880,00	A
2/3	293,66	D
2/5	174,62	F
3/2	659,26	E
3/5	261,61	C
3/8	164,82	E
5/2	1108,72	Cis
5/3	740,00	Fis
5/8	277,18	Cis
8/3	1174,64	D
8/5	698,46	F



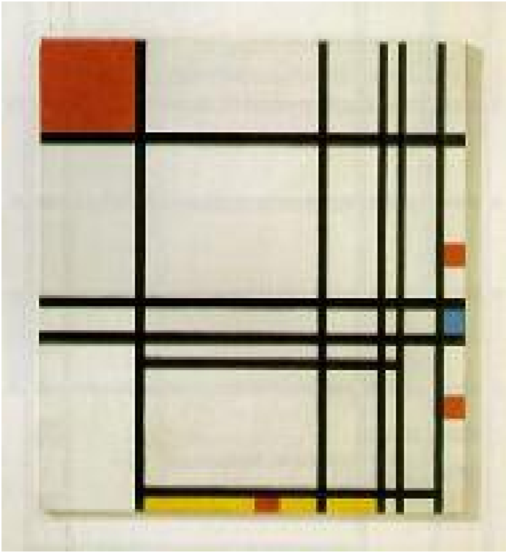
Człowiek witruwiański Leonarda da Vinci to znakomity przykład zastosowania złotego podziału (łatwo go też tu dostrzec w proporcjach kończyn i palców).

Słynny lutnik z Cremony Antonio Stradivari także nie stronił od stosowania złotego podziału przy konstrukcji instrumentów (szczególnie wiolonczel).

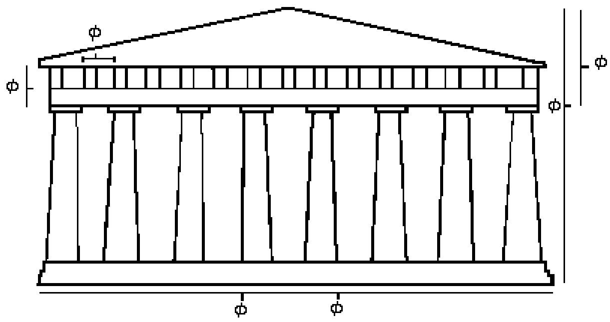




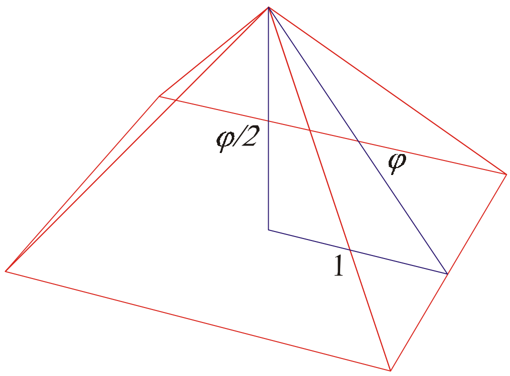
Autoportret Rembranta.



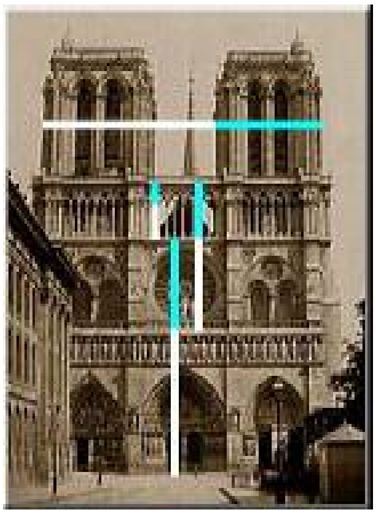
Przykład ze sztuki współczesnej: kompozycja Pieta Mondriana



Partenon – słynna świątynia Ateny – klasyczne dzieło architektury attyckiej - pokazuje jaką wagę przywiązywali Grecy do złotego podziału.



Egipskie piramidy.



Katedra Notre Dame

Le Corbusier – fasada willi