

1. Ciężarek znajdujący się pomiędzy dwoma jednakowymi sprężynami wprawiono w ruch. Obliczyć masę ciężarka, współczynnik sprężystości sprężyn oraz pulsację drgań własnych, jeśli mechaniczna energia drgań wynosi 0,1 J, amplituda drgań 1 mm, zaś maksymalna prędkość ciężarka 0,2 m/s. Tarcie zaniedbać.

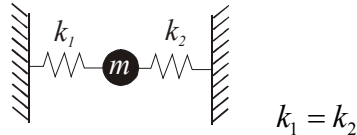
Dane:

$$E_m = 0,1 \text{ [J]}$$

$$A = 1 \text{ [mm]}$$

$$v_{\max} = 0,2 \text{ [m/s]}$$

Szukane: m, k, ω_0



równanie ruchu ma postać $m \frac{d^2 x}{dt^2} = -2kx$

Zakłada się, że drgania są harmoniczne o postaci $A(t) = A \cos(\omega_0 t)$

Po wstawieniu do równań ruchu otrzymuje się:

$$-m\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t) = -2kA \cos(\omega_0 t) \Rightarrow \omega_0 = \pm \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad (+ \text{ i } - \text{ dotyczą częstotliwości kołowej wirowania}$$

w przeciwnych kierunkach; wybiera się jeden z nich, zwykle dodatni)

$$E_k = E_m \Big|_{v=v_{\max}} = \frac{mv_{\max}^2}{2} \Rightarrow m = \frac{2E_m}{v_{\max}^2}$$

$$E_p = E_m \Big|_{A(t)=A} = \frac{2kA^2}{2} = kA^2 \Rightarrow k = \frac{E_m}{A^2}$$

$$\text{zatem } \omega = \frac{v_{\max}}{A}$$

$$m = \frac{2 \cdot 0,1}{0,2^2} = 5 \text{ [kg]}, \quad k = \frac{0,1}{10^{-6}} = 10^5 \text{ [N/m]}, \quad \omega = \frac{0,2}{10^{-3}} = 200 \text{ [rad/s]}$$

2. Jakie jest tłumienie filtra z AFP złożonego z dwóch prostych przetworników na kwarcu ST ($k^2 = 0,16 \%$, $v_0 = 3175 \text{ m/s}$), jeśli filtr ma częstotliwość środkową 100 MHz i 5% pasmo na poziomie 3 dB. Tłumienie toru propagacyjnego 0,2 dB/ μs . Odległość pomiędzy środkami przetworników wynosi 100λ .

Dane:

$$k^2 = 0,16 \text{ [%]}$$

$$f_0 = 100 \text{ [MHz]}$$

$$B = 5 \text{ [%]}$$

$$A_0 = 0,1 \text{ [dB}/\mu\text{s]}$$

$$l = 100 \lambda.$$

Szukane: A_F

liczba par palców jest określona przez pasmo:

$$B_{3dB} \approx \frac{1}{N_p} \Rightarrow N_p \approx \frac{1}{B_{3dB}}$$

optymalna liczba palców $N_{opt} = \sqrt{\frac{\pi}{k^2}}$

odstęp wymaganej liczby par palców od wartości optymalnej $P = \left(\frac{N_{opt}}{N}\right)^2 = \left(\frac{N_{opt}}{2N_p}\right)^2$

tłumienie dla jednego przetwornika $A_{IDT} = -10 \log \left[\frac{2P}{(1+P)^2} \right]$

czas propagacji $t = \frac{l}{v_0} = \frac{100\lambda}{v_0} = \frac{100}{f_0}$

tłumienie toru propagacyjnego $A_p = A_0 t$

$$A_F = 2A + A_p = -20 \log \left[\frac{2P}{(1+P)^2} \right] + A_p$$

$$N_p = \frac{1}{0,05} = 20 \text{ (par palców)} \quad N_{opt} = \sqrt{\frac{3,14}{0,0016}} \approx 44,3 = 44 \text{ (palce)} \quad P = \left(\frac{44}{40}\right)^2 = 1,21$$

$$t = \frac{l}{v_0} = \frac{100\lambda}{v_0} = \frac{100}{100 \cdot 10^6} = 1 \text{ [\mu s]}$$

$$A_p = 0,2 \text{ [dB]}$$

$$A_F = -20 \log \left[\frac{2 \cdot 1,21}{(1+1,21)^2} \right] + 0,2 \approx 6,21 \text{ [dB]}$$